

Вариант №1

2. Промінь світла напрямлений вздовж прямої $y = 2x - 8$. Знайти координати точки M зустрічі променя з віссю Ox та рівняння відбитого променя.

$y = 2x - 8$

$y \cap Ox (y=0)$

$2x - 8 = 0 \rightarrow x = 4 \rightarrow M(4; 0)$

$k = 2 \Rightarrow \varphi = \pi - \alpha \quad \text{tg} \varphi = \text{tg}(\pi - \alpha) = -\text{tg} \alpha = -k$

\Downarrow

$k' = -2$

$y - y_0 = k'(x - x_0) \rightarrow y = -2(x - 4) \rightarrow y = -2x + 8$

3. Точка $M(-8, -1)$ є вершиною квадрата, одна із сторін якого лежить на прямій $5x - 5y - 7 = 0$. Обчислити площу цього квадрата.

$M(-8; -1) \rightarrow l: 5x - 5y - 7 = 0 \rightarrow -40 + 5 - 7 \neq 0 \rightarrow M \notin l$

\Downarrow

$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{42}{5\sqrt{2}} \rightarrow S = d^2 = \frac{1764}{50} =$

$= \frac{882}{25} = 35,28 \text{ кв. од}$

4. Задано вершини трикутника ABC : $A(-7, -5)$, $B(-6, 7)$, $C(-5, -8)$.

Знайти:

а) рівняння сторони AB ;

$$AB: \frac{x+7}{-6+7} = \frac{y+5}{7+5} \rightarrow \frac{x+7}{1} = \frac{y+5}{12} \rightarrow 12x+84 = y+5 \rightarrow$$
$$\boxed{12x - y + 79 = 0}$$

4. Задано вершини трикутника ABC : $A(-7, -5)$, $B(-6, 7)$, $C(-5, -8)$.

Знайти:

б) рівняння висоти CH ;

$$CH: CH \perp AB \rightarrow I) K_{AB} = 12 \rightarrow K_{CH} = -\frac{1}{12}$$
$$y - y_0 = K_{CH}(x - x_0) \rightarrow y + 8 = -\frac{1}{12}(x + 5) \rightarrow$$
$$\rightarrow 12y + 96 = -x - 5 \rightarrow \boxed{x + 12y + 101 = 0}$$
$$\text{II) } \frac{x+5}{12} = \frac{y+8}{-1} \rightarrow -x-5 = 12y+96 = 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow \boxed{x + 12y + 101 = 0}$$

4. Задано вершини трикутника ABC : $A(-7, -5)$, $B(-6, 7)$, $C(-5, -8)$.

Знайти:

в) рівняння медіани AM ;

AM : B M C

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-6 - 5}{2} = -\frac{11}{2}$$
$$y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{7 - 8}{2} = -\frac{1}{2} \rightarrow M\left(-\frac{11}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$
$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} \rightarrow \frac{x + 7}{-\frac{11}{2} + 7} = \frac{y + 5}{-\frac{1}{2} + 5} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{2x + 14}{-11 + 14} = \frac{2y + 10}{-1 + 10} \rightarrow \frac{2x + 14}{3} = \frac{2y + 10}{9} \rightarrow$$
$$\rightarrow 6x + 42 = 2y + 10 \rightarrow 6x - 2y + 32 = 0 \rightarrow \boxed{3x - y + 16 = 0}$$

4. Задано вершини трикутника ABC : $A(-7, -5)$, $B(-6, 7)$, $C(-5, -8)$.

Знайти:

г) рівняння прямої, що проходить через вершину C паралельно стороні AB ;

$l_C \parallel AB \rightarrow AB: 12x - y + 79 = 0.$

$$12(x - x_C) - (y - y_C) = 0$$
$$12(x + 5) - (y + 8) = 0$$
$$12x + 60 - y - 8 = 0 \rightarrow \boxed{12x - y + 52 = 0}$$

4. Задано вершини трикутника ABC : $A(-7, -5)$, $B(-6, 7)$, $C(-5, -8)$.

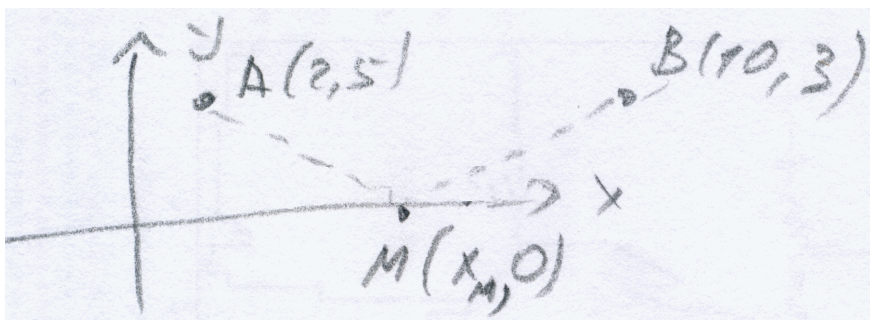
Знайти:

д) відстань h від точки C до прямої AB .

$$\begin{aligned} AB: 12x - y + 79 &= 0. \\ h &= \frac{|Ax_c + By_c + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|12 \cdot (-5) + (-1) \cdot (-8) + 79|}{\sqrt{144 + 1}} = \\ &= \frac{-60 + 8 + 79}{\sqrt{145}} = \frac{27}{\sqrt{145}} \end{aligned}$$

5. Задано дві точки $A(2, 5)$ і $B(10, 3)$. На осі Ox знайти таку точку M , щоб ламана лінія AMB мала найменшу довжину.

Спосіб №1



$$\begin{aligned} &\sqrt{(x-10)^2 + 9} + \sqrt{(2-x)^2 + 25} \\ &\frac{x-10}{\sqrt{(x-10)^2 + 9}} - \frac{2-x}{\sqrt{(2-x)^2 + 25}} = 0 \\ &\frac{x-10}{\sqrt{(x-10)^2 + 9}} = \frac{2-x}{\sqrt{(2-x)^2 + 25}} \end{aligned}$$

$$\frac{(x-10)^2}{(x-10)^2+9} = \frac{(2-x)^2}{(2-x)^2+25}$$

$$\left((2-x)^2+25\right)(x-10)^2 = \left((x-10)^2+9\right)(2-x)^2$$

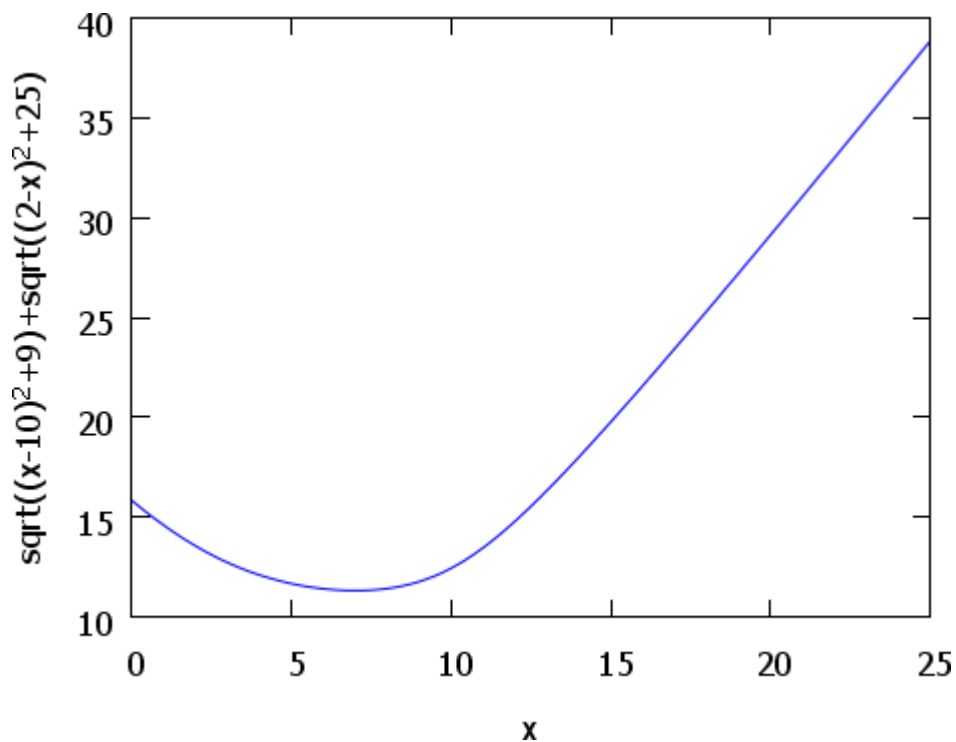
$$x^4 - 24x^3 + 209x^2 - 980x + 2900 =$$

$$= x^4 - 24x^3 + 193x^2 - 516x + 436$$

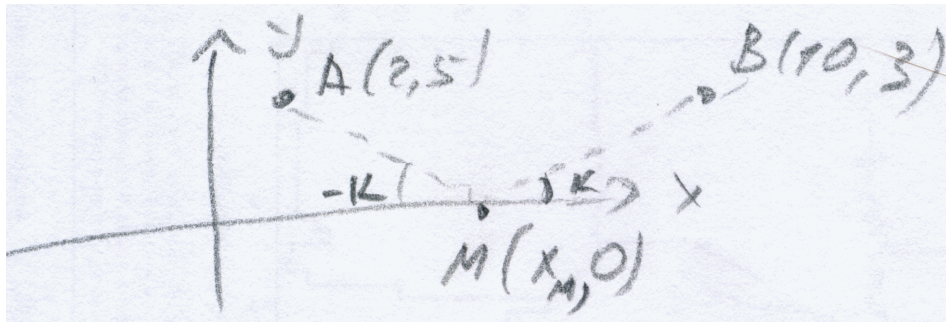
$$16x^2 - 464x + 2464 = 0$$

$$x^2 - 29x + 154 = 0$$

$$[x=7, x=22]$$



Способ №2



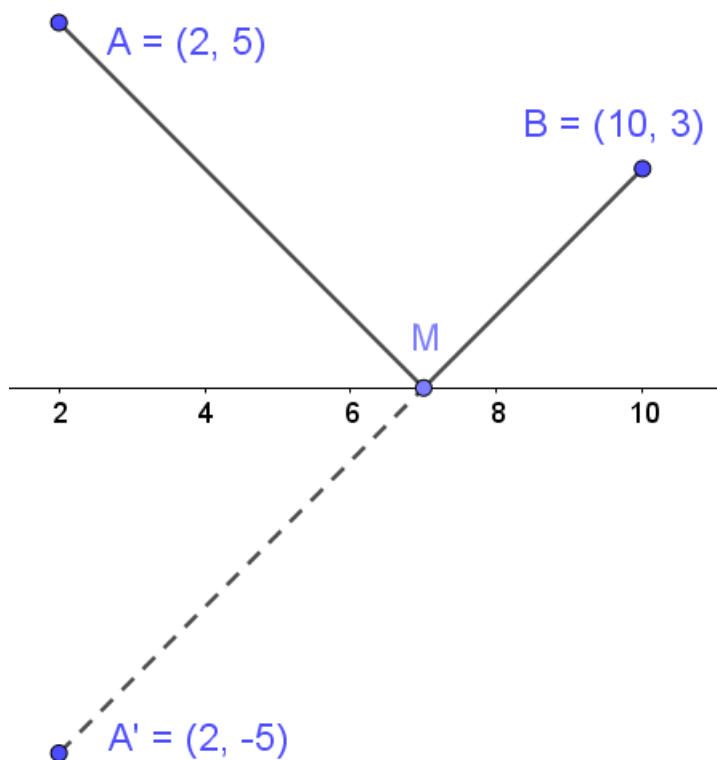
$$\begin{cases} \frac{x-10}{x_M-10} = \frac{y-3}{-3} \\ \frac{x-2}{x_M-2} = \frac{y-5}{-5} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x+30 = yx_M-10y-3x_M+30 \\ -5x+10 = yx_M-2y-5x_M+10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(x_M-10) = -3x+3x_M \\ y(x_M-2) = -5x+5x_M \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{x_M-10}x + \frac{3x_M}{x_M-10} \\ y = -\frac{5}{x_M-2}x + \frac{5x_M}{x_M-2} \end{cases}$$

$$-\frac{3}{x_M-10} = \frac{5}{x_M-2} \rightarrow -3x_M+6 = 5x_M-50$$

$$8x_M = 56 \quad | \quad x_M = 7$$

Способ №3



$$\frac{x-2}{10-2} = \frac{y-(-5)}{3-(-5)};$$

$$\frac{x-2}{8} = \frac{y+5}{8};$$

$$x = y + 7|_{y=0};$$

$$x = 7;$$