Задачі на пошук екстремуму

5.163. По кутах прямокутної пластинки зі сторонами a і b вирізані чотири рівних квадрати. З фігури, що залишилася, утворена коробка, висота якої рівна стороні квадрата. Знайти довжину сторони квадрата, що вирізується, при якій виходить коробка найбільшого об'єму.

5.164. Знайти найбільшу площу прямокутника, вписаного симетрично в сектор кола радіусом a з центральним кутом 2α.

5.165. При якому нахилі бічних сторін рівнобедреної трапеції її площа буде найбільша, якщо менша основа трапеції дорівнює a, а бічні сторони рівні b?

5.166. Знайти найбільший об'єм конуса з даною твірною довжини l.

5.167. Знайти найменший об'єм конуса, описаного біля півкулі радіусом a.

5.168. Із сектора кола радіусом a скручується конічна лійка. При якому центральному куті вона має найбільший об'єм?

5.169. Від каналу шириною a під прямим кутом до нього відходить канал шириною b. Стінки каналів прямолінійні аж до вершини кута. Знайти найбільшу довжину колоди l, яку можна сплавляти по цих каналах з одного в іншій. Товщиною колоди знехтувати.

5.170. Перетин каналу представляє рівнобедрену трапецію площею S і висотою h. Яким повинен бути кут між бічною стороною та основою, щоб сума довжин нижньої основи та бічних сторін була найменша?

5.171. Дві точки рівномірно рухаються по осях координат. Швидкість першої точки дорівнює v_1 швидкість другої – v_2. У деякий момент часу точки займали положення $A(a,\ 0)$ і $B(0,\ b)$ відповідно. Знайти найкоротшу відстань між ними.

5.172. Точка рухається по площині зі швидкістю v_1 а по осі Ox зі швидкістю v_2, $v_1 > v_2$. Знайти шлях із точки $A(0,\ a)$ у точку $B(b,\ 0)$, що вимагає найменшого часу на його проходження.

5.173. Чашка має форму півкулі радіусом a. У неї опущено стрижень довжиною l, $l > 2a$. Знайти положення рівноваги стрижня.

5.174. Стрижень довжиною $2b$ опирається кінцями на дві прямі у вертикальній площині, нахилені до горизонту під кутами α та β. При якому положенні стрижня його середина знаходиться вище всього?

5.175. Важіль другого роду має точку опори на одному кінці та урівноважується силою F на іншому. Вага одиниці довжини важеля дорівнює m кг. На відстані a від точки опори до важеля підвішений вантаж вагою p кг. При якій довжині важеля l сила F буде найменшою?

5.176. Яскравість освітлення виражається формулою $l = \frac{m \sin \varphi}{r^2}$, де φ – кут на-клону променів, r – відстань від площадки до джерела світла, m – постійна (сила джерела світла). На якій висоті h треба помістити ліхтар на стовпі, щоб освітлення горизонтальної площадки на відстані a від стовпа було найбільшим?

5.177. Під яким кутом до осі Ox треба провести пряму через точку $A(a, b)$ $(a > 0, b > 0)$, щоб її відрізок, що відтинається додатніми півосями координат, мав найменшу довжину?

5.178. Під яким кутом до осі Ox треба провести пряму через точку $A(a, b)$ $(a > 0, b > 0)$, щоб трикутник, утворений цією прямою й додатніми півосями координат, мав найменший периметр?

5.179. На осі Ox знайти таку точку $A(x, 0)$ $(x > 0)$, щоб відрізок $[1; 4]$ осі Oy було видно із цієї точки під найбільшим кутом.

Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Математический анализ в задачах и упражнениях: В 3-х т. Том 1: Дифференциальное и интегральное исчисление. – Новое изд. – М.: Изд-во московского университета; МЦНМО, 2017. – 412 с. (С.190-191)